
いきなり圏論！ 圏論で、良心は設計できるか？

酒井 卓也 (Takuya Sakai) 2026年8月27日
SWEST28

自己紹介

- ・ 業務経歴

- 1990年 ソフトウェアエンジニアとして就職
主に電力監視制御システムの開発に従事
- 2009年 環境活動に関わる部署に異動
省エネ対策等、環境活動に関する業務に従事
- 2019年 安全衛生に関わる部署異動
メンタルヘルス・安全衛生に関する業務に従事
- 2022年 人事企画に関わる部署に異動
メンタルヘルス・健康経営に関する業務に従事

- ・ 所属の団体、学会

- 情報処理学会 2006年～
- 産業カウンセラー協会 2007年～
- 日本キャリア・カウンセリング学会 2010年～
- 日本産業精神保健学会 2019年～

- ・ 学びの経歴

- 1990年 北海道工業大学(現北海道科学大学)
工学部卒
- 2006年 産業カウンセラー
- 2021年 聖徳大学(通信) 心理学科卒
- 2021年 健康経営エキスパートアドバイザー
- 2024年 国家資格キャリアコンサルタント



- ## 目次
1. 初めに
 2. いきなり「米田の補題」
 3. 圏論とは
 4. 根元矢、一般化根元矢、内在則、米田の決定矢
 5. 圏論で、良心回路は設計できるか
 6. まとめ

そもそもの動機

- 昨年のSWESTで、概念モデリングの話聞いた。
※生成系AIが凄い今こそ基本を学ぼう ～ 概念モデリングのススメ 太田 寛 氏 Knowledge & Experience
- 概念モデルなので、「良心」なんかもモデリングできるかも。
- 組み込みらしく「良心回路」の概念モデルができれば面白そう。
- 概念モデルの前に、「圏論」で考えてみようと考えた。

本日、目指すもの

- 圏論の紹介
- 圏論で「良心」という概念を扱えるか。

いきなり「米田の補題」

圏論の教科書に出てくる、日本人の名前が付いた、圏論の式。

$$\text{式} \quad : \text{Nat}(\text{Hom}(A, -), F) \cong F(A)$$

圏CからSetへの関手をFとする。

圏論での数学的説明
わかる人にだけわかる。けど、
その意味は？

圏Cの任意の対象Aについて「Aを始点とするHom関手からFへの自然変換」と「対象AをFでSetに変換した対象」とは1対1に対応する。

(参考) 西郷、能美(2019)圏論の道案内

いきなり「米田の補題」

- 米田の補題が表す日常での意味

一人の寿司職人の技が、弟子達に受け継がれ、人気の寿司チェーン店となっている。

式からこれは、想像できないよね

人気の寿司チェーン店の寿司職人の技を見れば、その師匠の名前がただ一人決定される。

今日のお話で、
これを、ああ、そういうことか
と思えるようになる。といいな

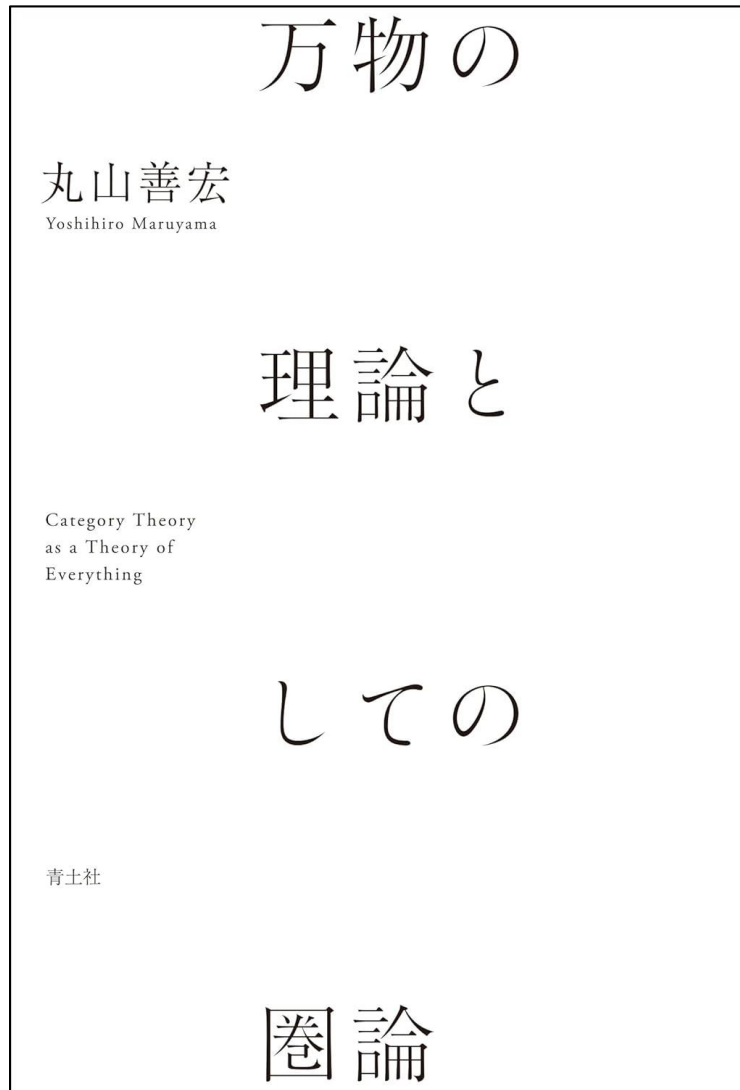
圏論とは

- 圏論（けんろん、英: category theory）

数学的**構造**とその間の**関係**を**抽象的に扱う数学理論**である。サミュエル・アイレンベルグとソーンドース・マツクレーンとによって代数的位相幾何学の基本的仕事の中で20世紀中ごろに導入された。

<https://ja.wikipedia.org/wiki/%E5%9C%8F%E8%AB%96>

圏論とは



丸山善宏(2023) 万物の理論としての圏論

圏論とは、

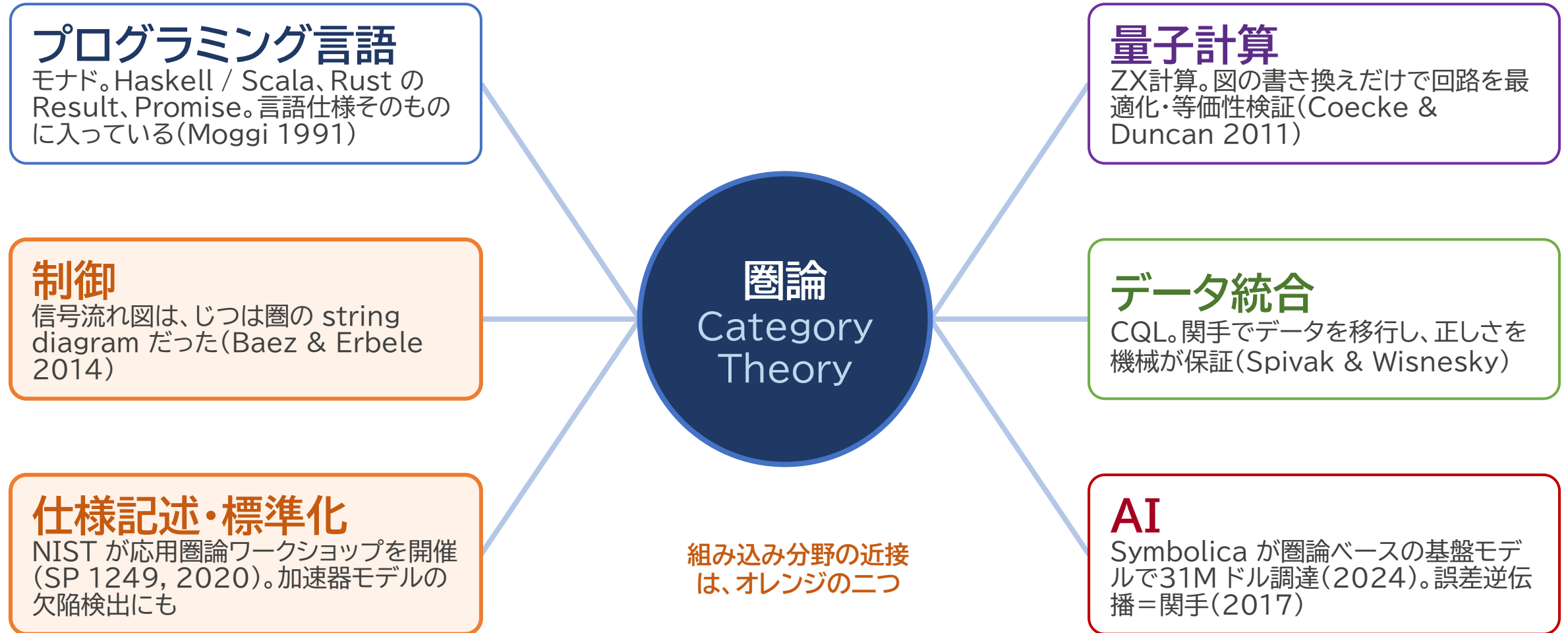
『科学の新種の合成論的モデリング言語』

『「一般システム理論」であり、

同時に「一般プロセス理論」である』

圏論とは

圏論は、分野をまたいで応用されている。



圏論とは:対象と射

圏論の教科書的表現

- **圏**は対象と射からなるある種のシステム。
- どんな**射**にたいしても、域(domain)と呼ばれる対象と、余域(codomain)と呼ばれる**対象**がただ一つ存在する。
- 射fの域がA、余域がBであることを

$$\begin{array}{ccc} & f & \\ A & \rightarrow & B \end{array}$$

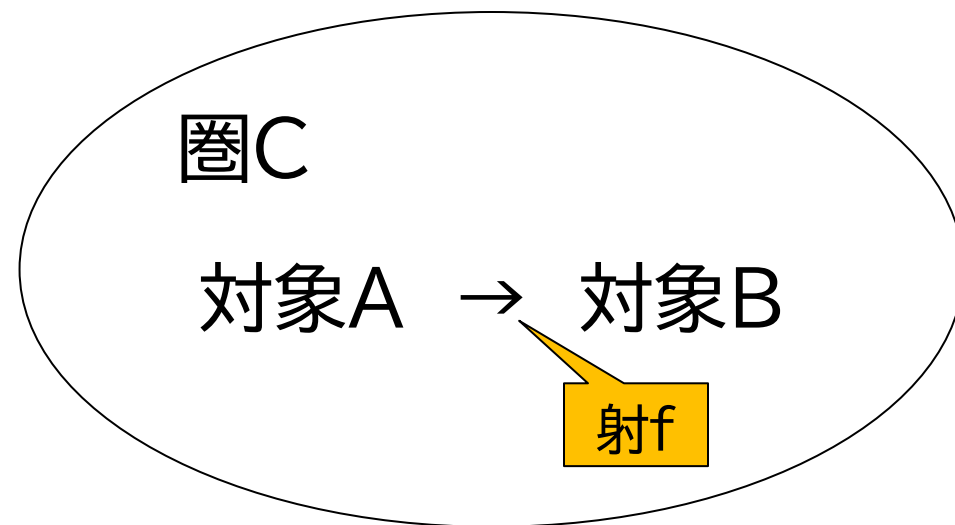
または

$$f:A \rightarrow B$$

と書き、「fはAからBの射である」という。

(参考) 西郷、能美(2019)圏論の道案内

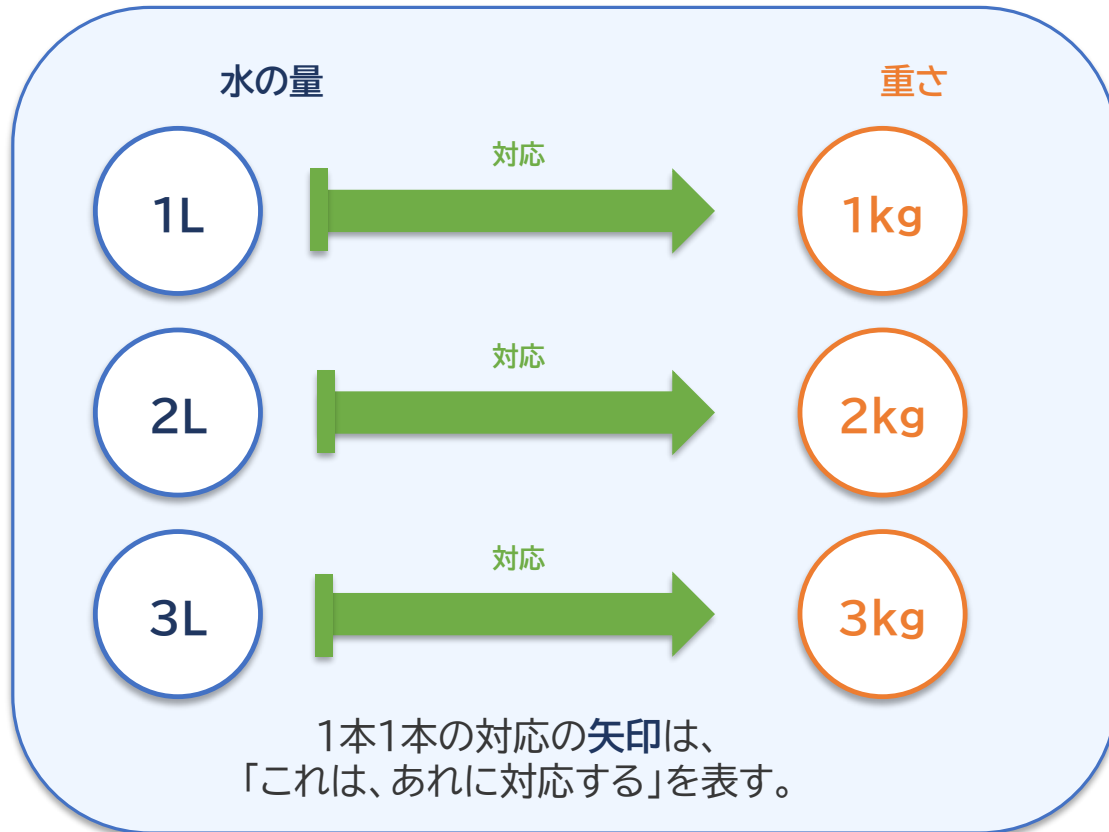
通常の
圏論の説明は
ここから始まる



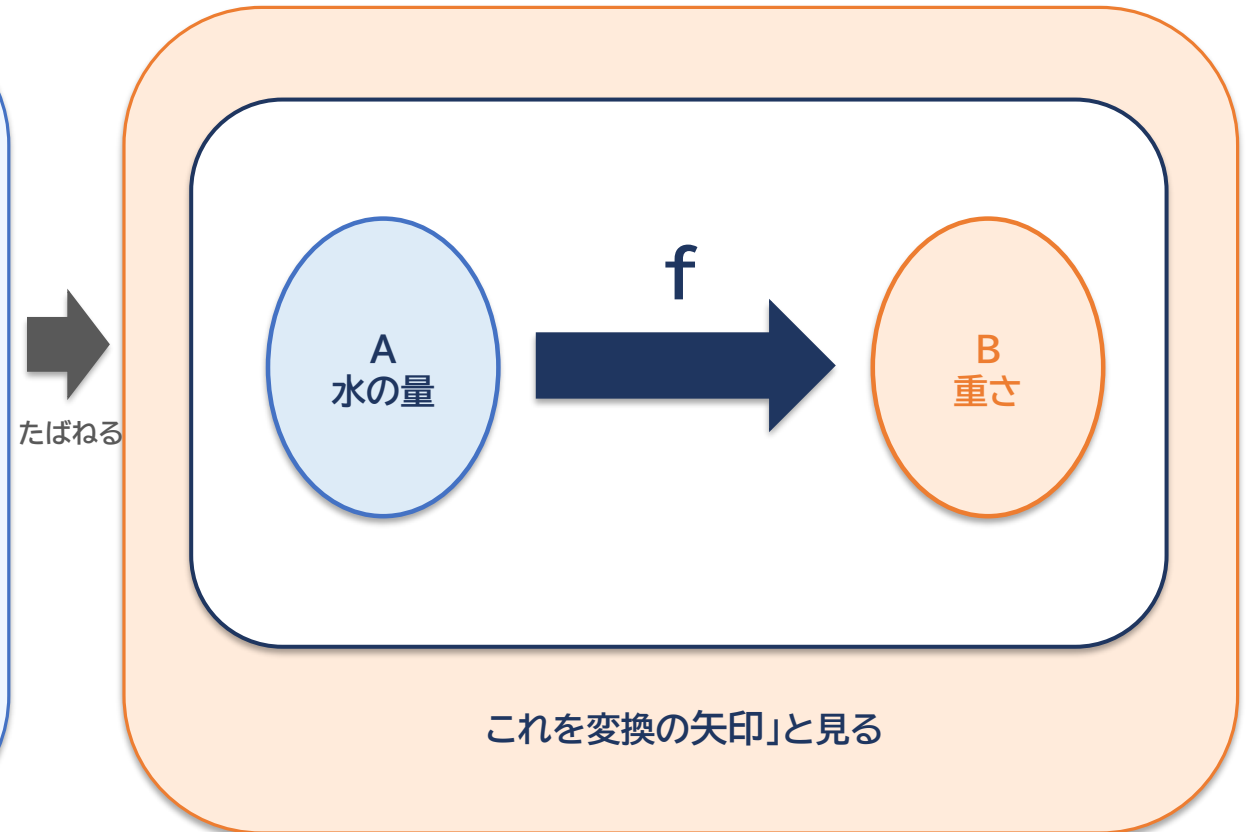
圏論とは:対象と射

- 射とは、対応の矢印を、たばねたもの

① まず、1本ずつの「対応」を見る



② 全部まとめると、1つの変換の矢印となる



1本ずつの対応をたばねると、1つの“働き(変換)”として見ることができる。

根元矢：圏論教育のための視覚的概念

根元矢

- 酒井の「根元矢」は、圏論の概念を「**具体**」で説明するための**視覚的概念**。
- 圏論を理解するために、便利なものとして、考案(名前付け)した。
- 具体的な要素と要素を「**対応**」を表すもの。
縦棒付き矢印 $\mapsto$ で表す。

根元矢：圏論教育のための視覚的概念

- 具体的対応の矢印を「根元矢」と命名



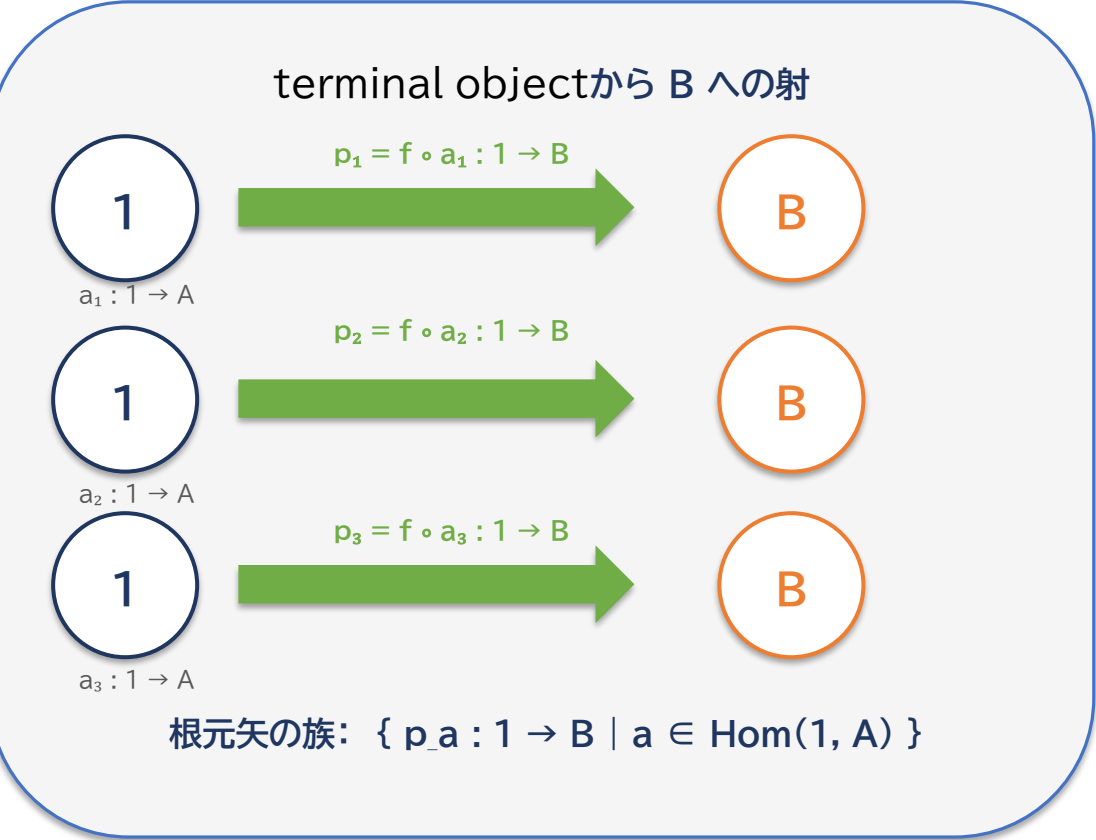
表記：要素と要素を「対応」を表すもの。
縦棒付き矢印 $\mapsto$ で表す。

命名の理由：
「根元矢」は、圏論の正式用語では
「グローバル元(global element)」
または
「terminal object からの射」に
対応する。

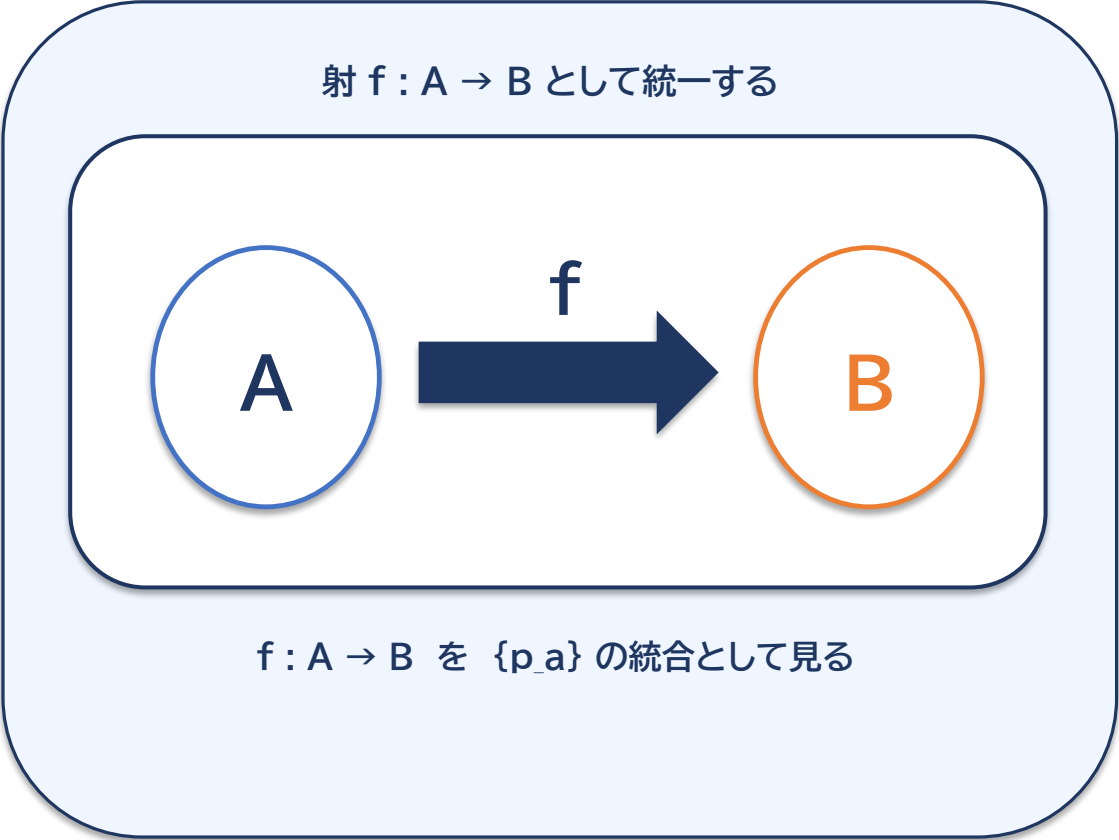
根元矢：圏論教育のための視覚的概念

「根元矢」は圏論の用語で説明できる

① 根元矢: 個別対応の圏論的な読み替え



② 射: 根元矢の族を統一して見る



統一

正確な裏づけ: 各 $a : 1 \rightarrow A$ に対し $p_a = f \circ a$ 。したがって f は根元矢の族として視覚化できる。

根元矢：圏論教育のための視覚的概念

- この視覚概念の立場：
 - 数学としての圏論の概念に何も引かない、何も足さない
 - 数学としての圏論の概念へ**正確に対応**し、標準用語に対応付けることができる
 - 数学としての圏論が剥ぎ取ってきた具体を与えることで、圏論の抽象表現から**意味**を読み取る
 - これは、数学としての圏論から言語としての圏論への変換体系である。

根元矢：圏論教育のための視覚的概念

- 圏論の発展

具体対象（数学理論）



抽象化



構造（圏論のモデル）

- 根元矢の作用①

構造（圏論のモデル）



具体を戻す（日常、
物理現象）



意味を読み取る

根元矢：圏論教育のための視覚的概念

- 根元矢の作用②

具体対象（日常）



抽象化



構造（圏論のモデル）

数学の世界だけでなく、
日常の世界の具体的対応を
抽象化し、
圏論のモデルに変換するた
めの道具として使えるので
はないか

根元矢：圏論教育のための視覚的概念

根元矢での具体例)

具体対象(日常)

構造 (圏論のモデル)

曜日とゴミ収集の種類の対応

月 $\mapsto$ 燃えるゴミ

火 $\mapsto$ プラスチック

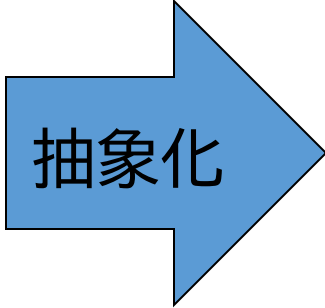
水 $\mapsto$ 燃えるゴミ

木 $\mapsto$ 資源(缶・ビン)

金 $\mapsto$ 燃えるゴミ

土 $\mapsto$ 収集なし

日 $\mapsto$ 収集なし

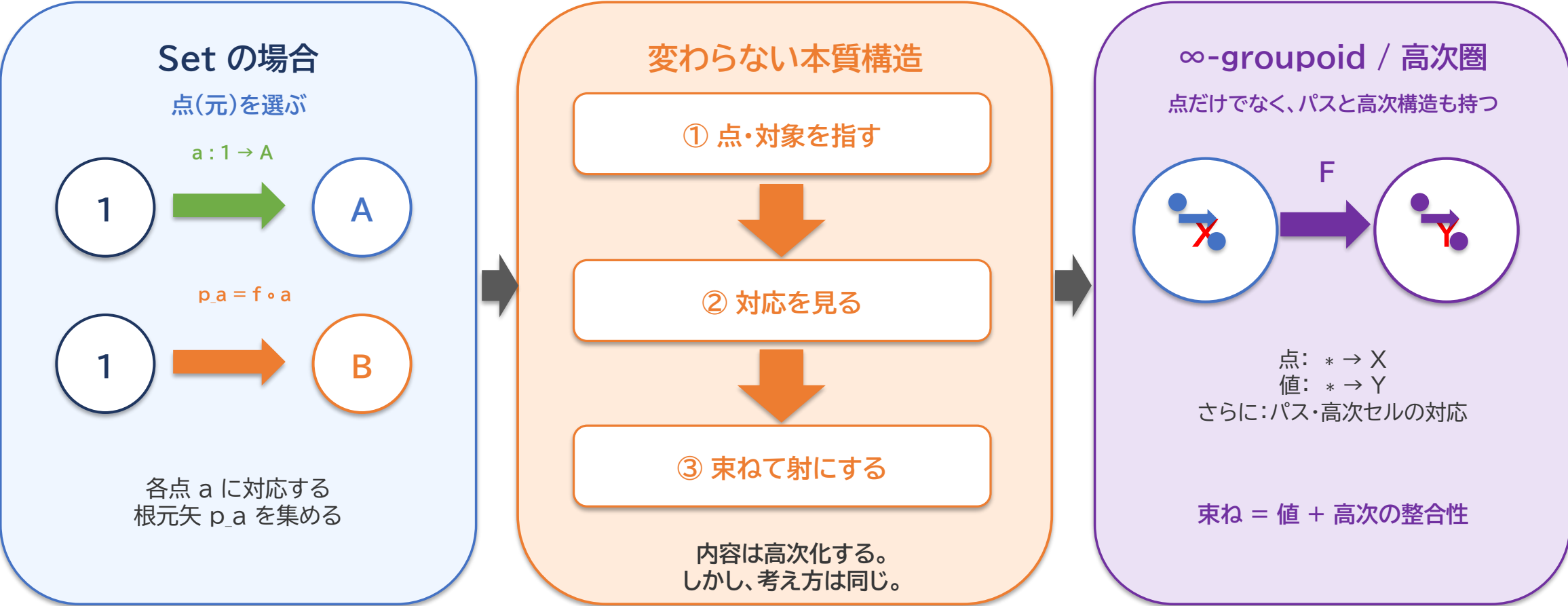


抽象化

$f: \text{曜日} \rightarrow \text{ゴミ収集の種類}$

根元矢：圏論教育のための視覚的概念

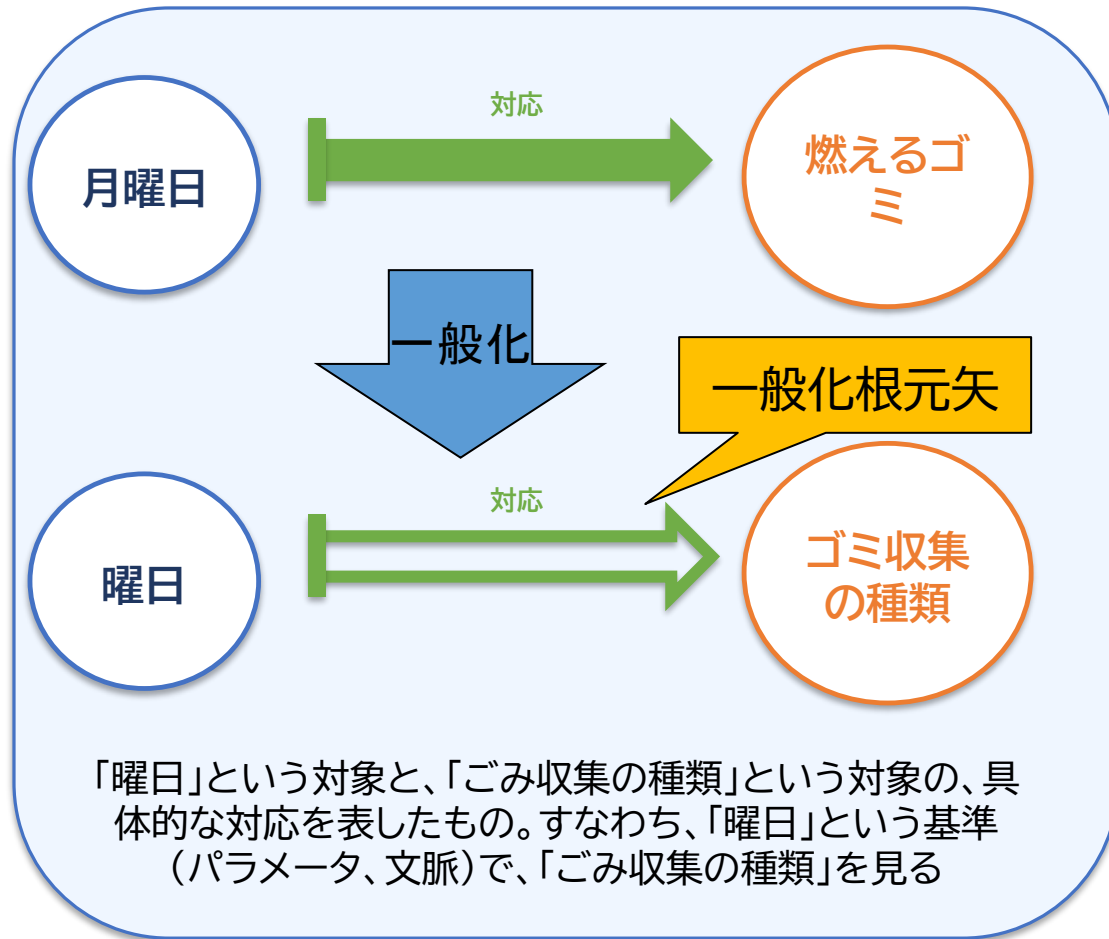
根元矢は 集合(Set) に閉じない:対応と束ねの構造は高次でも同じ



根元矢の狙い: Set では「点の対応」、高次では「点・パス・高次セルの対応」を束ねて、1つの射として見る。

一般化根元矢：圏論教育のための視覚的概念

- 具体的対応の矢の一般化を「**一般化根元矢**」と命名



表記: 対象と対象の「具体的対応」を表すもの。
縦棒付き矢印 $\Rightarrow$ で表す。

命名の理由:
「一般化根元矢」は、圏論の正式用語では「**一般化元** (generalized element)」に対応する。

Awodey, Steve, (2010) Category Theory 2.3 Generalized elements

一般化根元矢：圏論教育のための視覚的概念

- 「月曜日」という点と、「燃えるゴミ」という点の対応が、グローバル元(global element)による対応

月曜日 $\mapsto$ 燃えるゴミ

- 「曜日」という対象と、「ごみ収集の種類」という対象の、具体的な対応を表したもの。すなわち、「曜日」という基準(パラメータ、文脈)で、「ごみ収集の種類」を見るのが、一般化元(generalized element)による対応

曜日 $\mapsto$ ごみ収集の種類

一般化根元矢：圏論教育のための視覚的概念

根元矢での具体例)

曜日とゴミ収集の種類

月 $\mapsto$ 燃えるゴミ

火 $\mapsto$ プラスチック

水 $\mapsto$ 燃えるゴミ

木 $\mapsto$ 資源(缶・ビン)

金 $\mapsto$ 燃えるゴミ

土 $\mapsto$ 収集なし

日 $\mapsto$ 収集なし

一般化

一般化根元矢での具体例)

「曜日」という基準(パラメータ、文脈)で、「ゴミ収集の種類」を見る

文脈 = 何を基準に見るか

見方 = その基準ごとに何を対応させるか

曜日 $\mapsto$ ゴミ収集の種類

※これは、抽象化すると、「射」と同じ

f : 曜日 $\rightarrow$ ゴミ収集の種類

射の表現では、『「曜日」を「ゴミ収集の種類」に変換する』と読む。

一般化根元矢：圏論教育のための視覚的概念

一般化根元矢での具体例)

具体対象(日常)

地域とゴミ収集のルール

地域 $\mapsto$ ゴミ収集カレンダー

横浜市 $\mapsto$ 横浜市のゴミ収集カレンダー

曜日 $\mapsto$ ゴミ収集の種類

月 $\mapsto$ 燃えるゴミ

火 $\mapsto$ プラスチック

水 $\mapsto$ 燃えるゴミ

...

川崎市 $\mapsto$ 川崎市のゴミ収集カレンダー

...

藤沢市 $\mapsto$ 藤沢市のゴミ収集カレンダー

構造 (圏論のモデル)

抽象化

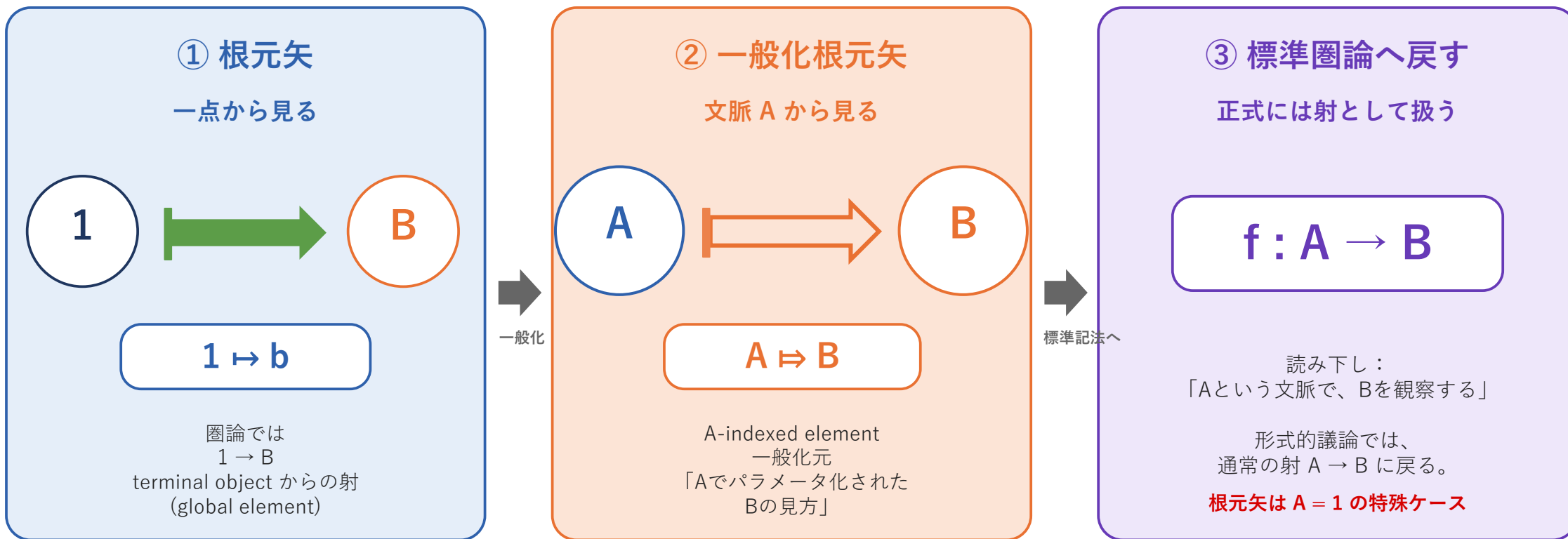
$g: \text{地域} \rightarrow \text{ゴミ収集カレンダー}$

$f: \text{曜日} \rightarrow \text{ゴミ収集の種類}$

一般化根元矢：圏論教育のための視覚的概念

一般化根元矢：一点から「文脈」へ

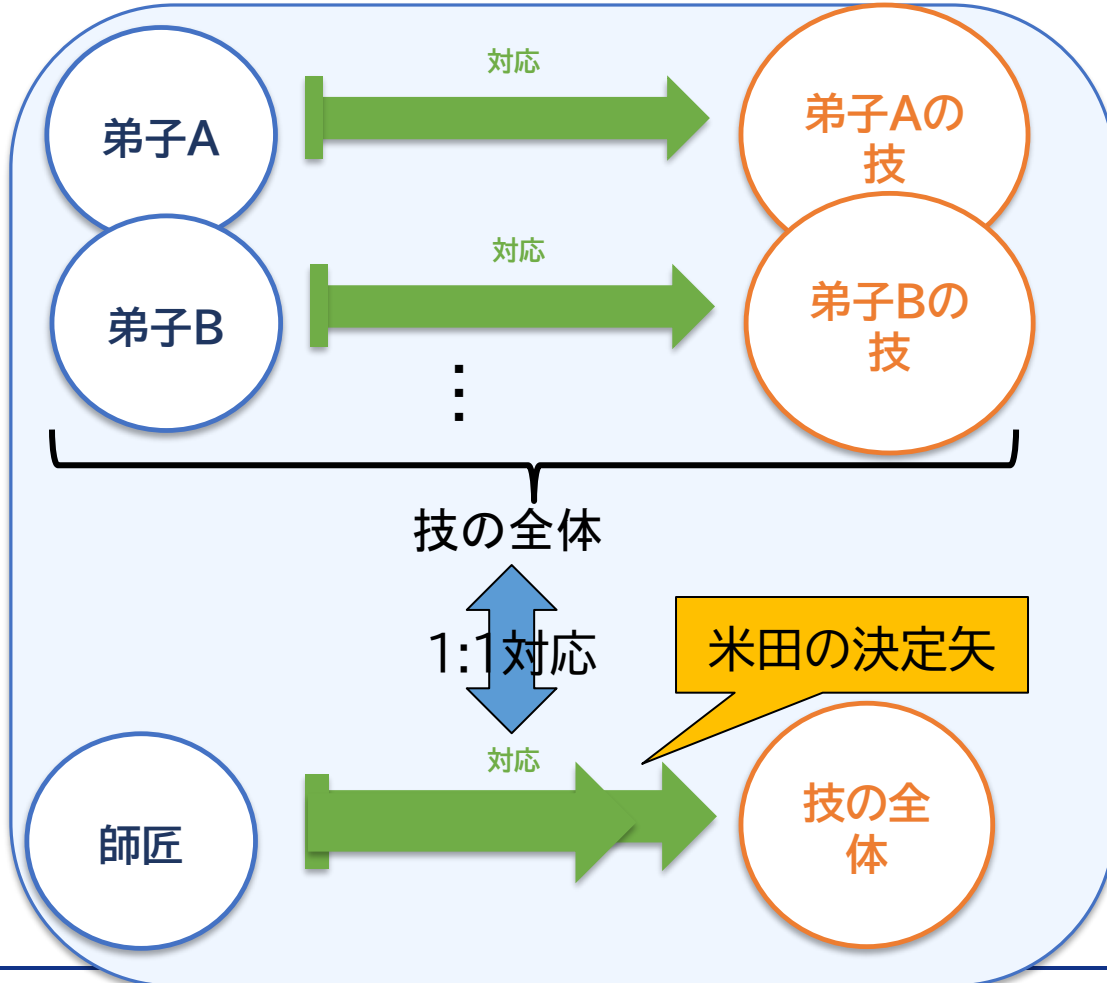
根元矢は「一点から見る」。一般化根元矢は「対象 A という文脈から見る」。標準圏論では、それは射 $A \rightarrow B$ として扱える。



一般化根元矢の狙い：一点では足りないとき、文脈 A から B を見る。理解後は、そのまま射 $A \rightarrow B$ として正式に扱える。

米田の決定矢：圏論教育のための視覚的概念

- 1つの要素と、その要素によって決まる全体の具体的な対応の矢印を「米田の決定矢」と命名



表記: 一つ要素と、それによって決まる全体の「具体的な対応」を表すもの。
縦棒付き二重矢印 $\Rightarrow$ で表す。

命名の理由:
1点が全体を「決定」する。
「米田の決定矢」は、圏論の正式用語では「普遍元 (universal element)」に対応する。

「構造」の繰り返しによる説明

- 圏は対象と射からなる、一つの世界。

圏A

射_{af}

対象a1 → 対象a2

関手F
→

圏B

射_{bf}

対象b1 → 対象b2

↓

自然変換 τ

関手G
→

圏C

射_{cf}

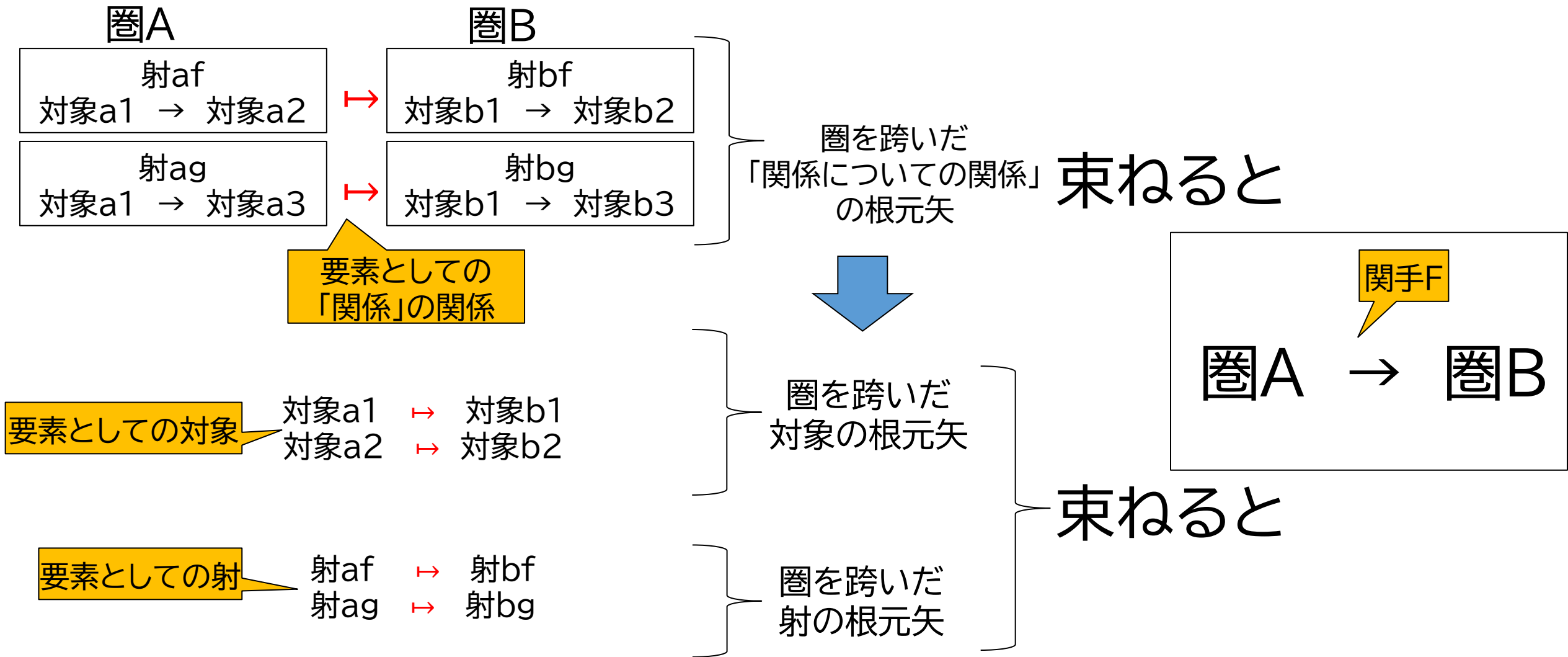
対象c1 → 対象c2

※以降の説明で、射_{ag}:対象a1 → 対象a3 も存在するとするが、表記を省略している。

一つの世界(圏)から別の世界(圏)への変換を関手
関手を対象として、別の世界(圏)への関手に変換する射が自然変換

射、根元矢を使った関手の説明

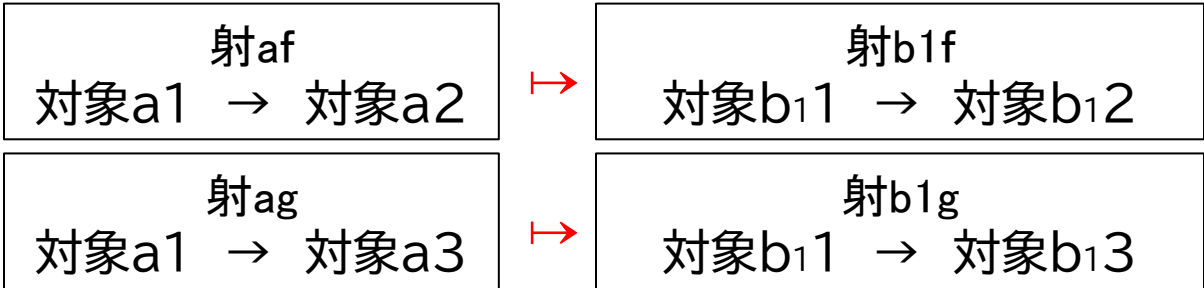
- 「関手」は圏を跨いだ関係(対象と射)についての「根源矢」を束ねたもの。



射、根元矢を使った自然変換の説明

「自然変換」は関手を跨いだ「成分」の根元矢の束ね

関手F

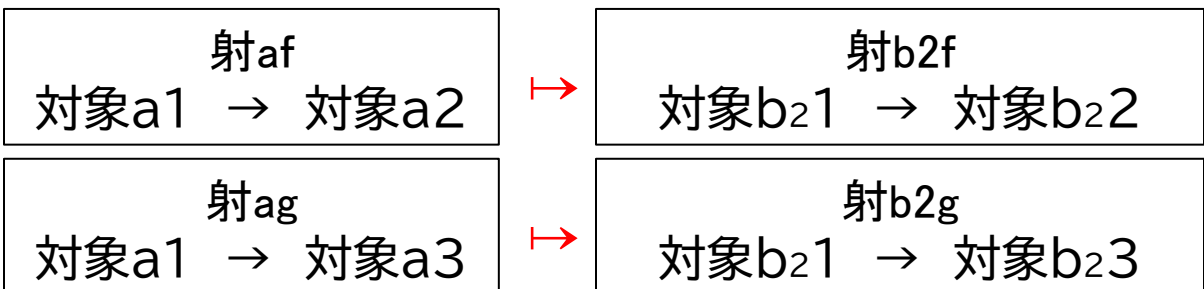


【読み方】
b1n … 関手Fによる像
b2n … 関手Gによる像

対象a1 → 対象b11
対象a2 → 対象b12
対象a3 → 対象b13

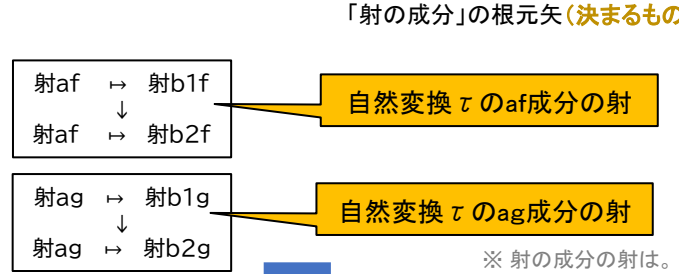
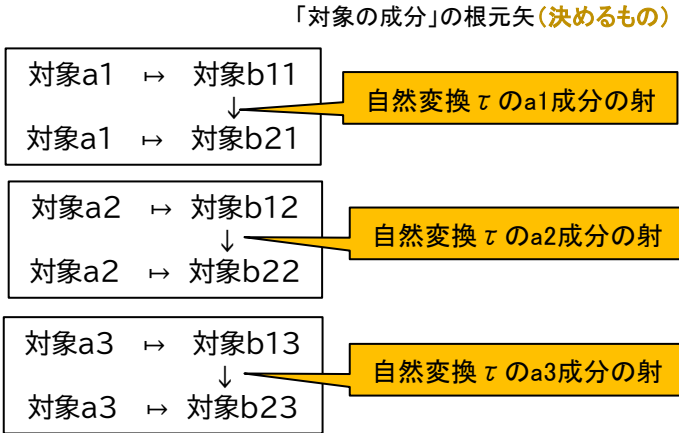
射af → 射b1f
射ag → 射b1g

関手G



対象a1 → 対象b21
対象a2 → 対象b22
対象a3 → 対象b23

射af → 射b2f
射ag → 射b2g



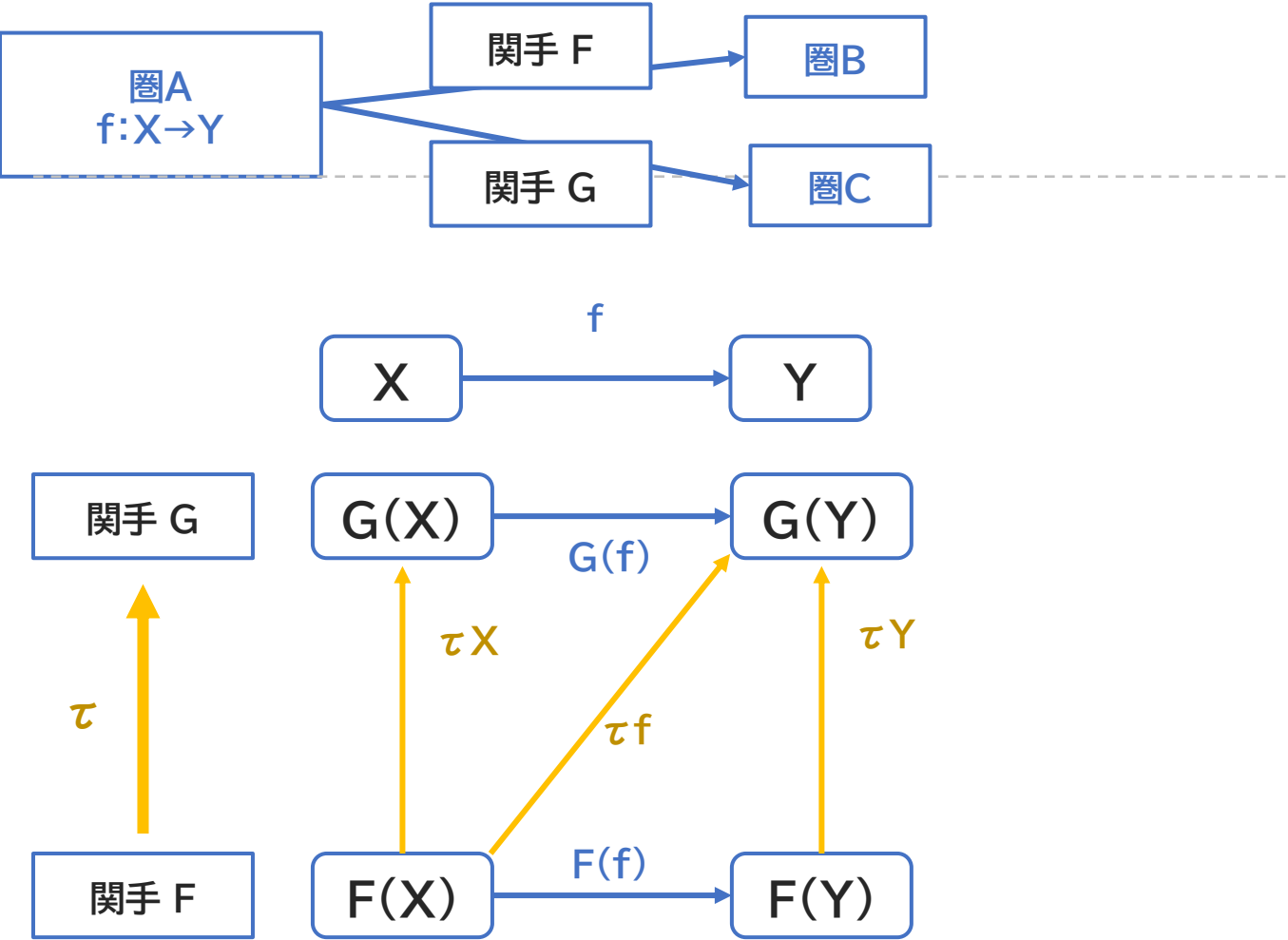
※ 射の成分の射は。
対象の成分の射が決まれば自ずと決まる。

束ねると
自然変換 τ

関手F ⇒ 関手G

自然変換の可換図

「自然変換」は、四角形が閉じる(=可換になる)ことで「自然」になる。



※ 四角形が閉じない対応は、自然変換ではない。

(参考) 西郷、能美(2019)圏論の道案内
基に加筆作図

どちらの道を通っても、同じ。

$$\tau Y \circ F(f) = G(f) \circ \tau X$$

- $F(X)$ から $G(Y)$ へ行く道は二つ。
右へ渡ってから上へ ($F(f) \rightarrow \tau Y$) と、
上へ渡ってから右へ ($\tau X \rightarrow G(f)$)。
- この二つが必ず一致することを
「可換」といい、それが成り立つとき
 τ を自然変換と呼ぶ。
- τX 、 τY は前ページの「成分の根元矢」
 $F(X) \mapsto G(X)$ を射にしたもの。
四角形が閉じる = F の世界の関係が、
 G の世界でもそのまま保たれる。
- 射 f についても、成分は「ある」。
 $\tau f = G(f) \circ \tau X = \tau Y \circ F(f)$ (対角線)
省略されているのではなく、 $\tau X \cdot \tau Y$ が
決まれば自動的に張られている。

圏論の「構造」の繰り返しによる説明

「射」 「関手」 「自然変換」

個別の対応(元の対応:根元矢)

↓ 束ねる

対象の変換(射:一般化根元矢)

↓

圏を対象とした変換(関手)

↓

圏の変換(関手)を対象にした変換(自然変換) ※関手間の射

【各段階で】

「束ねる」という操作で
変換の働きを一段階上げる

【圏論全体】

= 一般化根元矢を階層的に
束ねた構造に還元できる

内在則：圏論教育のための視覚的概念

圏を圏たらしめるもの

- 圏を定めるには、圏論の内部では意識的に語られてこなかったもう一つの要素が働いていた。
- 数学の具体を圏に抽象化する時に、その数学を特徴づける構造の制約、守るべきルールである。
 - 対象を特徴づける制約と、射を特徴づける制約。
- その制約とは
 - 集合(Set)ならば、どんな集合の対応でもよい。
 - 群(Grp)ならば、群の条件(結合律・単位元律・逆元律)を満たす対象の、演算を保った(準同型条件)対応だけ。
 - 位相空間(Top)ならば、位相空間の条件(開集合の公理)を満たす対象の、連続性を保った(連続写像の条件)対応だけ。

内在則：圏論教育のための視覚的概念

圏を圏たらしめるもの

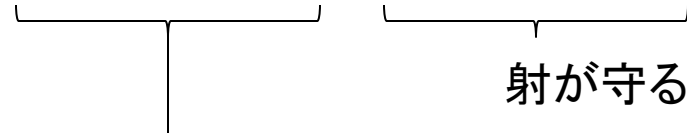
- 数学を扱うときは、**すでに決まっている**が、数学以外を扱おうとすると、圏と、圏を構成する**対象、射を特徴づける制約**を別に見出す必要がある。

この制約を「**内在則**」と呼ぶことにする。

- 内在則の表し方

個々の制約については個別の名称は明示されているが、それらの総称が調べた範囲では見つからなかった

[$\dots$ を満たし、 $\dots$ を保つ]



内在則：圏論教育のための視覚的概念

圏	…を満たし(対象の内在則)	…を保つ(射の内在則)
Set圏(集合)	集合であることを満たす	制約なし。1点どうしの結びつきであればよい
Grp圏(群)	結合律・単位元律・逆元律を満たし	二つの数字の和を保つ(準同型条件)
Top圏(位相空間)	開集合の公理(空集合・全体集合を含み、和集合・共通部分で閉じる)を満たし	連続性を保つ(開集合の逆像が開集合である)
差を保つ圏 (正式名称無し)	(群と同様に見るなら群の条件)	二つの数字の差を保つ(正式名称無し)
北斗の圏 (正式名称無し)	漫画『北斗の拳』の設定(人物・時代・世界観)を満たし	世界観の整合性を保つ(正式名称無し)

圏を構成する 四大エレメント



圏の世界は
この4要素で構成されているとして
よい。

理由:

すべての圏は、射に還元できる。
すべての圏は、圏を特徴づける、構造的な制約(内在則)を必ず持つ。

Steve Awodey(2010) 圏論 原著第2版 P.9

「6. 圏論の重要な標語は

本当に大切なのは射である！

である」

四要素の組み合わせによる「圏の分類」

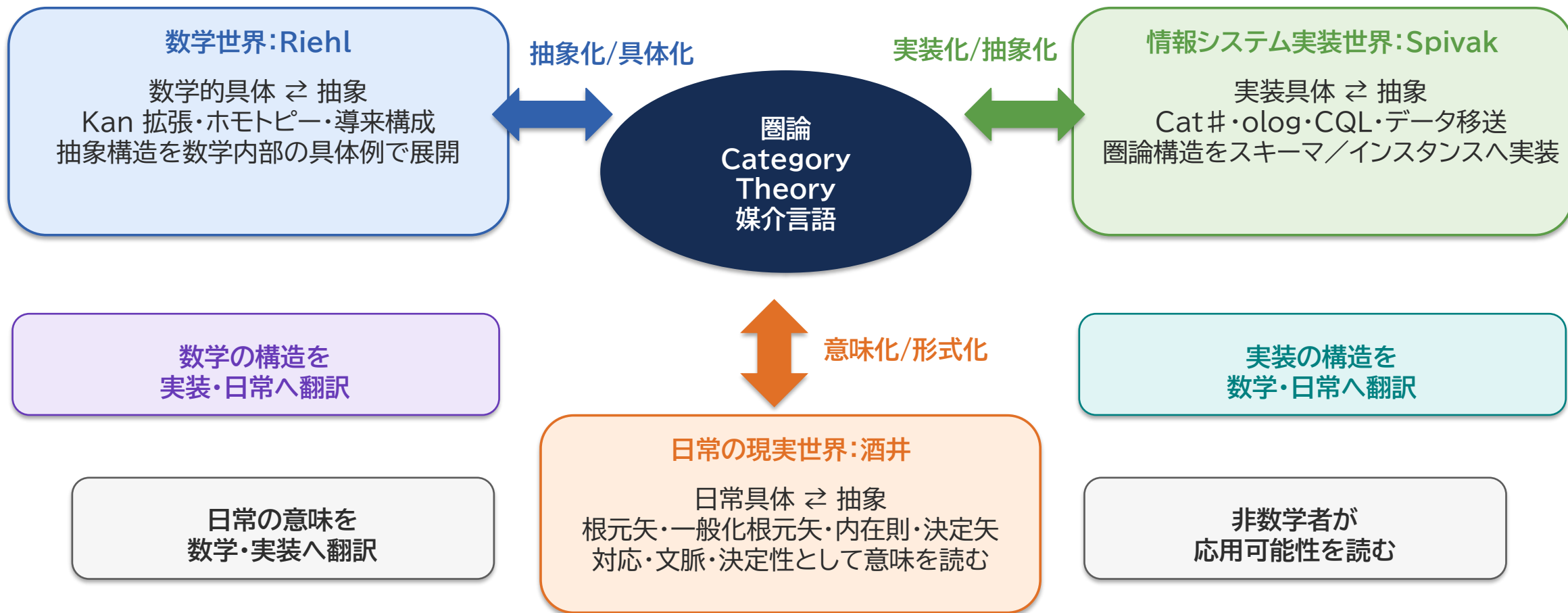
圏の種類	① 根元矢 (グローバル元)	② 一般化元 (射の具体的対応)	③ 内在則 (構造制約)	④ ユニバーサル元 (米田の決定矢)	特徴
Set 圏	○ (存在)	○ (= 関数)	△ (自明・省略可)	○ (存在)	一般化元だけで完結する最も自由な圏
具体圏 (Group, Top, Ring, ...)	○ ○	○ (台写像)	○ (必要: 保存則)	○ ○	一般化元 + 内在則で構成 (具体の対象の対応がある)
抽象圏	× (存在しない)	× (存在しない)	○ (これだけで構成)	○ (存在)	内在則だけで構成 (対象の具体的対応は無い)

本質的まとめ 根元矢 (点) から始まり、一般化元 (対応) に拡張され、内在則 (制約) と組み合わせられて圏が定まり、ユニバーサル元 (米田の決定矢) が、関手・普遍性・随伴・モノド・Kan 拡張へと世界を広げていく。
すべての概念は、これら四要素の内在的な展開である。

最終統一原理 = Kan 拡張

言語としての圏論を媒介とした具体世界の相互翻訳

圏論は、各世界の「具体 $\rightleftharpoons$ 抽象」を往復可能にし、異なる実践領域を相互翻訳する媒介**言語**としても働く



三つの世界は、圏論を共通媒介にすることで、具体と抽象を往復しながら相互翻訳可能になる。

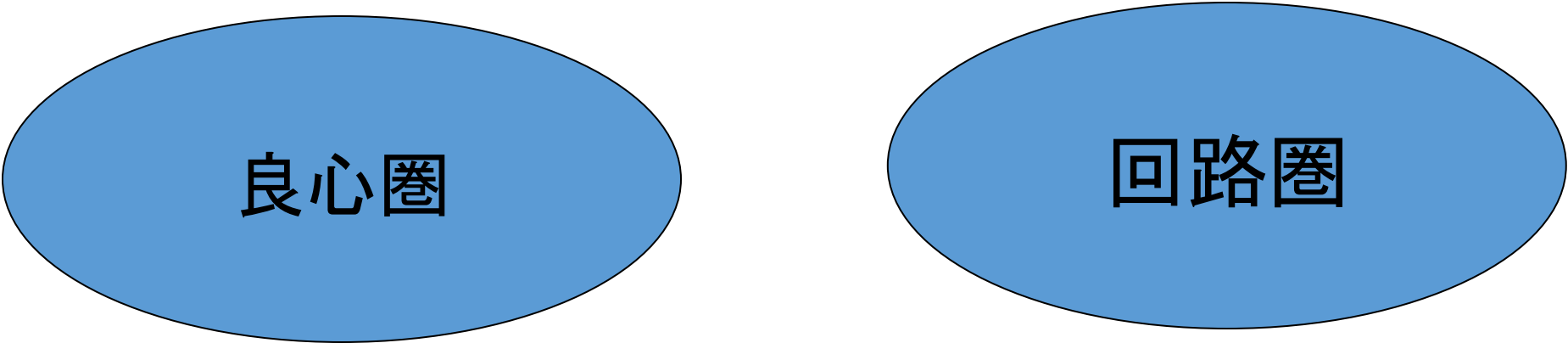
圏論で、良心回路は設計できるか

やったこと(やろうとしてること)

- 人造人間キカイダーのエピソードの中から「良心」の概念を段階的に抽象化していく試み。
- 良心の圏が定義できるか。

作りたい回路

- 「状況」を入れると、良心に従って判断し、「行動」を出す。
- 「判断」に使われる「良心」は、キカイダーのエピソードから、抽出する。



良心圏

回路圏

この二つの圏が必要になりそう。

回路圏のモデル

圏 Circuit(回路圏)

【対象】

I(Input): 入力される状況

P(Process): 処理中の過程

O(Output): 出力される行動

【射】

receive : $I \rightarrow P$ 「状況を受け取り、処理を開始する」

execute : $P \rightarrow O$ 「処理を完了し、行動を出力する」

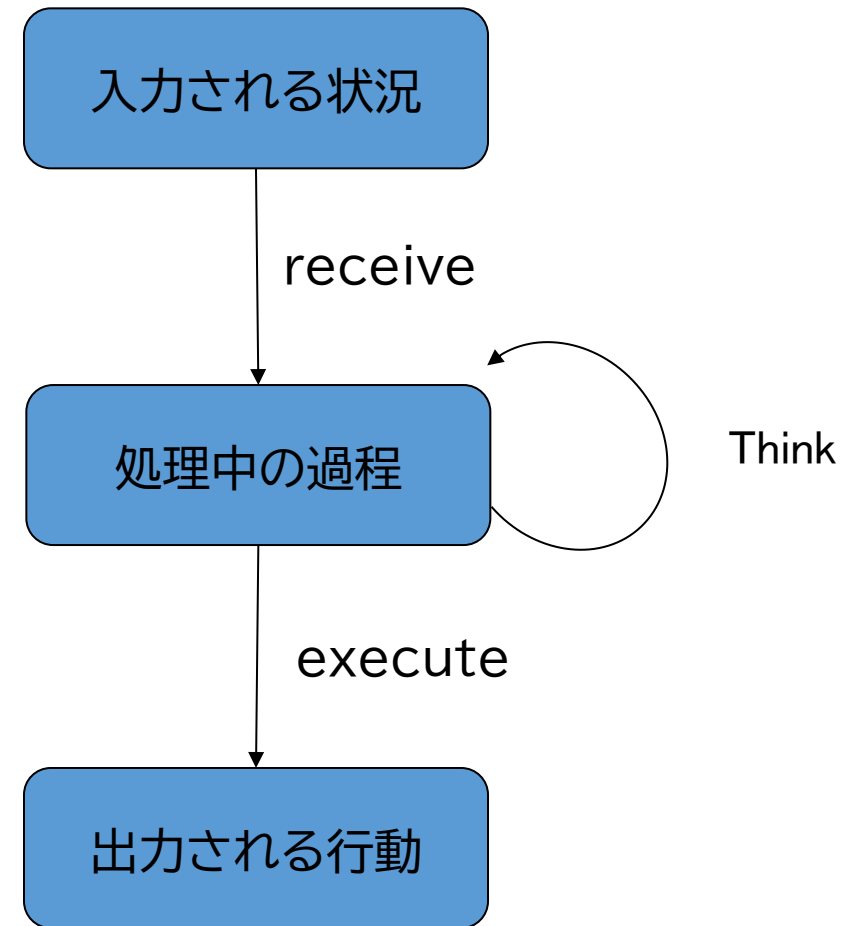
【自己射】域と余域が同じ射。恒等射ではない。

Think : $P \rightarrow P$ 「どう振舞うべきか決める」

Think $\circ$ Think 「決定の再評価」—— 何度でも重ねられる

【恒等射】どの対象にも必ず一本。通しても何も変わらない。

id_I , id_P , id_O 「何もしない(待機)」



回路圏は常識的に定義できそう。
良心圏は、対象「処理中の過程」に関係させれば良さそう。

日常の素材から、良心圏を導出してみる。

具体的な手順

STEP1 素材の用意 扱いたい概念の記述を集める

STEP2 根元矢で書き出す

$$a \mapsto b$$

STEP3 内在則を読む

〔内在則〕

STEP4 一般化根元矢に束ねる

$$A \Rightarrow B$$

〔内在則〕

STEP5 圏にする

対象・射・内在則

STEP1 現象の捉え：キカイダーの四つの場面

物語のなかの、現象を書き取る。



現象の捉え

場面1(第1話)

ギルの笛が鳴る。ジローの中で、善の回路と悪の回路が同時に命令を出す。
どちらにも従えず、ジローは苦しむ。

場面2(第36話)

ギルの笛が鳴る。良心回路が妨害され、善の心が抑え込まれる。
ジローは自我を失い、光明寺博士に襲いかかる。

場面3(第39話)

マサルに疑われる。信じてもらえないなら生きている意味はない、とジローは考える。
自らの解体すら受け入れようとする。

場面4(第43話)

光明寺博士が「完成させよう」と申し出る。完成すれば、もう苦しまずに済む。
ジローは断り、未完成のまま旅に出る。

各場面は、きっかけ → ジローがどう受け取ったか → 何が起きたか、を書き取る。

STEP2 根元矢で書き出す：対応を抜き出す

一つの場合からでも、対応の取り方はいくつもある。

場面1(笛が鳴る／善悪の命令が競合する／どちらにも従えず苦しむ)から取れる矢

「きっかけ」と「状況の変化」の対応

笛が鳴る ⇨ 善と悪の命令が競合する

「きっかけ」と「判断」の対応

笛が鳴る ⇨ どちらにも従えない

「判断」と「行動」の対応

どちらにも従えない ⇨ 苦しむ

「きっかけ」と「行動」の対応

笛が鳴る ⇨ 苦しむ

どれも正しい書き取り。どれを取るかは、何を見たいかで決まる。

見たいのは良心。**ジローが何をしたかが右に残る**取り方を選ぶ。

この取り方で、四つの場面を書き出す

場面1 笛が鳴る ⇨ 苦しむ

場面2 笛が鳴る ⇨ 光明寺博士に襲いかかる

場面3 マサルに疑われる ⇨ 自らの解体を受け入れようとする

場面4 完成を勧められる ⇨ 断る

STEP3 内在則を読む

書き出した四つの場面を、並べて眺める。

場面1 笛が鳴る ⇨ 苦しむ

場面2 笛が鳴る ⇨ 襲いかかる

場面3 疑われる ⇨ 解体を受け入れる

場面4 完成を勧められる ⇨ 断る

四つの場面に共通して効いている制約は何か。内心は推し量らず、外から読む。

Grp圏を〔群の条件(結合律・単位元律・逆元律)を満たし、和を保つ〕と読んだのと、同様。

1・3・4 は自分の損(他者への利)を引き受ける。※場面2だけ、保っていないので今回は除く

内在則〔葛藤を持ちうる状況であることを満たし、
他者への利を保つ〕

これが現れるということは、記述や情報
が何か足りないということ

STEP4 一般化根元矢

書き出した根元矢は、一点と一点の対応だった。

笛が鳴る ⇨ 苦しむ / 疑われる ⇨ 解体を受け入れる
完成を勧められる ⇨ 断る

これを束ねて、対象と対象の対応にする。

葛藤状況 ⇨ ジローの行動

〔葛藤を持ちうる状況であることを満たし、他者への利を保つ〕

ゴミ収集カレンダーの例と同じ手順。

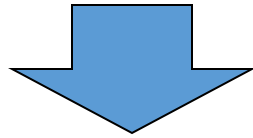
月 ⇨ 燃えるゴミ を束ねて、
曜日 ⇨ ゴミ収集の種類。

良心圏を定義する。

一般化根元矢の表現

葛藤状況 $\Rightarrow$ ジローの行動

〔葛藤を持ちうる状況であることを満たし、
他者への利を保つ〕



射の表現

f : 葛藤状況 $\rightarrow$ 行動

f は他者への利を保つ関数

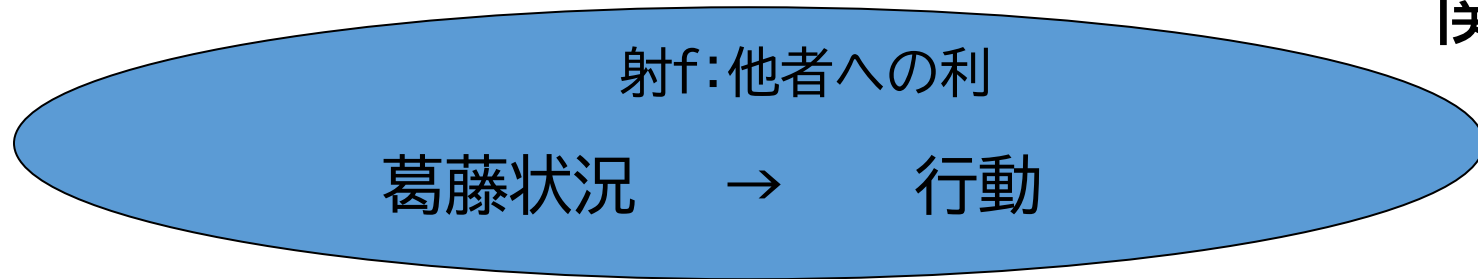
数学では、その圏の定義の中で説明される

回路圏と良心圏を接続

良心圏から回路圏への関手で接続

【関手 F : 良心圏 $\rightarrow$ 回路圏】

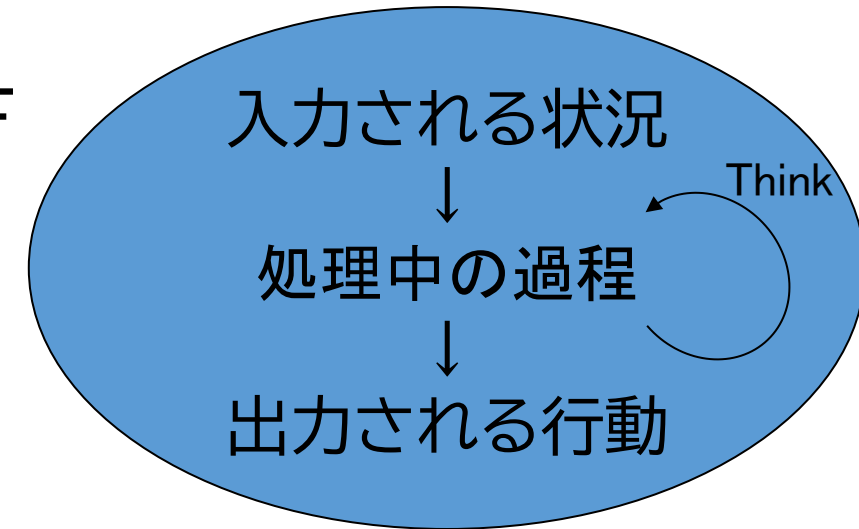
F が、良心圏を回路圏に「埋め込む」
良心圏



関手 F



回路圏



対象の対応:

葛藤状況

$\mapsto$ 入力される状況

行動

$\mapsto$ 処理中の過程

射の対応:

他者への利

$\mapsto$ Think

入力される状況に対し、「他者への利」に従って「思考(Think)」し行動する。

まとめ なぜ根元矢という名前が必要だったか

- 圏論のモデルへの、現実の世界の写し取りに、現実世界での射では無く、根元矢を見つけることを、最初の一步とする。
 - 根元矢による結びつきから、変換を考えていく方が考えやすい。
 - 「矢」を見つける、「矢」の集まりから変換ルールを導出し「射」にする。「射」同士の「矢」を見つける、
- …以下、繰り返し。

今後、圏論の日常応用への発展の可能性

- 数学の実世界への応用に、新しい可能性を広げる。
「根元矢」は、圏論モデルに**具体の対応で意味をつける**もの。

現実の現象→「**具体の対応(根元矢)**」で「**意味**」を写し取る
→圏論のモデルにする
→数学で問題を解く
→数学の解を「**意味**」を保ったまま「**具体の対応**」で
現実の課題解決に翻訳
→現実への応用

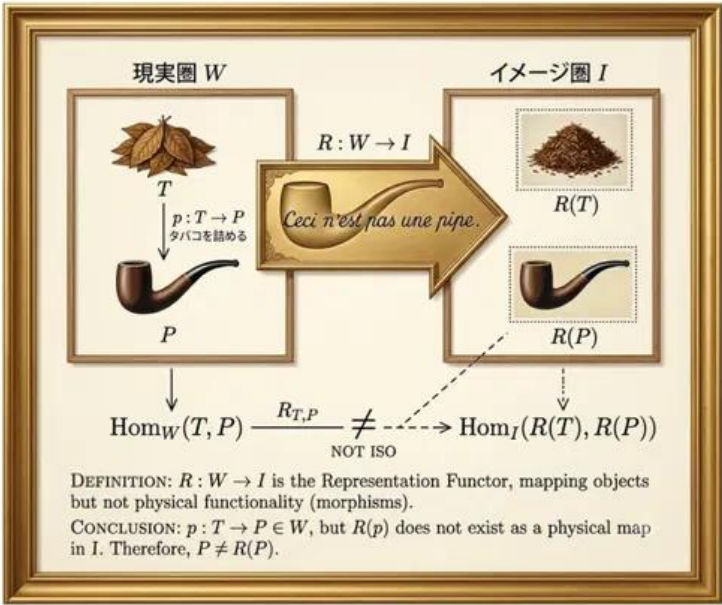
が、可能となるかもしれない。(物理分野ではもうやってる) 以上

最後におまけ 「イメージの裏切り」の裏切り



「イメージの裏切り」

これはパイプ
ではない



「これは圏論ではない」

言語としての圏論で、マグリットの「イメージの裏切り」の説明をしたものなので、数学の圏論ではない



「これはパイプである」

言語としての圏論で、パイプの構造を説明したものである、これはパイプである

圏論で話せるようになろう！

参考文献

- 西郷 甲矢人(2019), 圏論の道案内 ~矢印でえがく数学の世界~ (数学への招待シリーズ)
- S. マックレーン(2012), 圏論の基礎

参考文献一覧(1/5) I. 基礎教科書(入門～標準)

I. 基礎教科書(入門～標準)

- [1] Mac Lane, S. Categories for the Working Mathematician, 2nd ed. Graduate Texts in Mathematics 5. New York: Springer, 1998 (初版 1971).
圏論の古典的な標準教科書。第III章「Universals and Limits」に普遍元(universal element)の定式化がある。公開版は確認できず、書籍として流通。
邦訳:S. マックレーン『圏論の基礎』三好博之・高木理 訳。シュプリンガー・フェアラーク東京、2005(現在は丸善出版、2012)。
- [2] Riehl, E. Category Theory in Context. Aurora: Modern Math Originals. Dover Publications, 2016.
第2章が「Representability and the Yoneda Lemma」。普遍元・普遍性を丁寧に扱う。著者が無料PDFを公式配布(個人利用限定)。
- [3] Leinster, T. Basic Category Theory. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 143. Cambridge University Press, 2014.
「普遍性(universal property)」を中心に据えた入門書。arXiv:1612.09375 で無料公開(CC BY-NC-SA 4.0)。数学的準備が少ない読者向け。
邦訳:T. レンスター『ベーシック圏論 —— 普遍性からの速習コース』斎藤恭司 監修、土岡俊介 訳。丸善出版、2017。
- [4] Awodey, S. Category Theory, 2nd ed. Oxford Logic Guides 52. Oxford University Press, 2010.
計算機科学・論理学・言語学・認知科学・哲学の研究者を読者に想定。第2.3節「Generalized elements」——グローバル元(根元矢)の出典。
邦訳:S. アウディ『圏論 原著第2版』前原和寿 訳。共立出版、2015。

参考文献一覧(2/5) II. 対象の制約・スケッチ・代数的理論

II. 対象の制約・スケッチ・代数的理論(本講演の「満たす」の系譜)

[5] Lawvere, F. W. "Functorial Semantics of Algebraic Theories." Ph.D. thesis, Columbia University, 1963. 初出概要: Proc. Nat. Acad. Sci. 50 (1963): 869–872.

代数的理論(algebraic theory)を圏として捉え、対象の公理(結合律等)を圏論の言葉で扱う、本日の議論の起点となる仕事。

Reprints in Theory and Applications of Categories, No. 5 (2004): 1–121 として無料公開。

[6] Barr, M. and Wells, C. Category Theory for Computing Science, 3rd ed. Reprints in Theory and Applications of Categories, No. 22, 2012(初版 Prentice Hall, 1990).

「スケッチ(sketch)」を体系的な道具として導入した教科書。第4.5節が「The Yoneda Lemma and universal elements」。終対象からの射 $1 \rightarrow A$ を global element と命名して導入する——グローバル元(根元矢)の出典。

著者サイトで無料PDF公開。

参考文献一覧(3/5) III. 高次圏論(∞ -groupoid、コヒーレンス)

III. 高次圏論(∞ -groupoid、コヒーレンス)

- [7] Lurie, J. Higher Topos Theory. Annals of Mathematics Studies 170. Princeton University Press, 2009.
 ∞ -圏における米田の補題(Prop. 5.1.3.1、Lemma 5.5.2.1)。arXiv:math/0608040 で無料公開。
- [8] Cisinski, D.-C. Higher Categories and Homotopical Algebra. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 180. Cambridge University Press, 2019.
第5.8節「The Yoneda Lemma」、第5.2節「The universal left fibration」。著者サイトで無料PDF公開。
- [9] Freyd, P. "Homotopy is not concrete." In The Steenrod Algebra and its Applications, Springer Lecture Notes in Mathematics 168, 1970. 再録:Reprints in TAC, No. 6 (2004): 1–10.
ホモトピー圏が具体化不可能であることの証明。TAC で無料公開。
- [10] Di Liberti, I. and Loregian, F. "Homotopical algebra is not concrete." Journal of Homotopy and Related Structures, 2018.
arXiv:1704.00303 で無料公開。Freyd の結果をモデル圏一般へ拡張。

参考文献一覧(4/5) IV. 米田の補題／V. オンライン参照リソース

IV. 米田の補題(原典と経緯)

[11] Yoneda, N. "On Ext and Exact Sequences." Ph.D. thesis, Journal of the Faculty of Science, University of Tokyo, Section I, vol. 8 (1960): 507–576.

米田信夫の博士論文。米田の補題として知られる結果の、直接の原典に最も近い文献。

[12] Kinoshita, Y. and Mac Lane, S. "The Yoneda Lemma." *Mathematica Japonica* 47, no. 1 (1998): 155–156.

米田信夫への追悼を兼ねた、補題の来歴に関する短い解説。パリ北駅での Mac Lane との対話という逸話も、この周辺で語られる。

V. オンライン参照リソース

[13] nLab. ncatlab.org

圏論の共同編集ウィキ。参照項目: "generalized element" / "universal element" / "representable functor" / "infinity-groupoid" / "concrete category" / "Yoneda lemma for (infinity,1)-categories"

査読付き論文ではないが、専門家による検証を経た記述として、圏論分野で広く参照される。

参考文献一覧(5/5) 一覧の使い方

目的別の読み方

入門・独習	[3] Leinster(無料、予備知識が少なくてよい) / [4] Awodey(数学以外の読者を想定)
標準参照	[1] Mac Lane(古典。用語の基準) / [2] Riehl(無料、現代的な構成)
内在則の源流	[5] Lawvere(対象の公理を圏論化) / [6] Barr & Wells(スケッチ。無料)
高次圏まで	[7] Lurie(∞ -圏の基準文献) / [8] Cisinski(無料、比較的読みやすい)
具体化不可能性	[9] Freyd(原典) / [10] Di Liberti & Loregian(一般化)
米田の原典	[11] Yoneda(博士論文) / [12] Kinoshita & Mac Lane(来歴)

入手について

無料公開が確認できたもの:[2][3][6][7][8][9][10] / 書籍として流通するもの:[1][4]

原論文・古い文献は、大学図書館経由が確実です。